

Analysis 4 LB
Differential- und Integralrechnung im \mathbb{R}^n

Tutoraufgaben:

T31. Zeigen Sie, dass das ebene Dipolfeld $\underline{v}(x, y) = \frac{1}{(x^2 + y^2)^2} \begin{pmatrix} x^2 - y^2 \\ 2xy \end{pmatrix}$ auf $\mathbb{R}^2 \setminus \{(x, 0) \mid x \leq 0\}$ ein Potentialfeld ist.

Bestimmen Sie das Potential $U(x, y)$ und skizzieren Sie einige Äquipotentiallinien $U(x, y) = \text{const.}$

Geben Sie eine Differentialgleichung der Feldlinien an, d.h. der Kurven, deren Tangenten in jedem Punkt (x_0, y_0) parallel zu $\underline{v}(x_0, y_0)$ sind. Geben Sie einige Feldlinien an.

T32. Gegeben ist das Kraftfeld $\underline{v}(x, y, z) = \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

a) Berechnen Sie $\text{rot } \underline{v}(\underline{x})$. Existiert ein Potential $U(x, y, z)$? Bestimmen Sie gegebenenfalls $U(x, y, z)$.

b) Berechnen Sie $\int_c \underline{v} \cdot d\underline{x}$ längs des Kreises $c : \underline{x}(t) = (\cos t, \sin t, 0)^T, t \in [0, 2\pi]$.